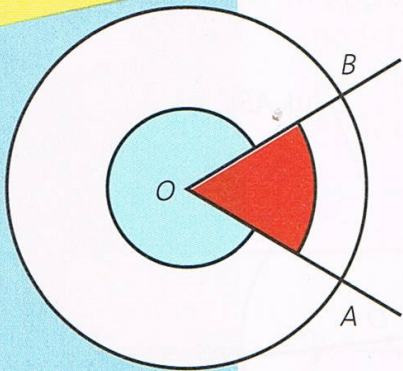


W obliczeniach przyjmujemy zwykle przybliżenie z dokładnością do 0,01:
 $\pi \approx 3,14$.

Liczba π jest liczbą niewymierną. Jej rozwinięcie dziesiętne z dokładnością do dziesiątej cyfry po przecinku wynosi:
 $\pi = 3,1415926535\dots$

Kąt, którego wierzchołkiem jest środek koła, a ramiona zawierają promienie, nazywamy **kątem środkowym**.

Miara kąta środkowego stanowi taką część miary kąta pełnego, jaką częścią długości okręgu jest łuk, na którym ten kąt jest oparty.



Ćwiczenie

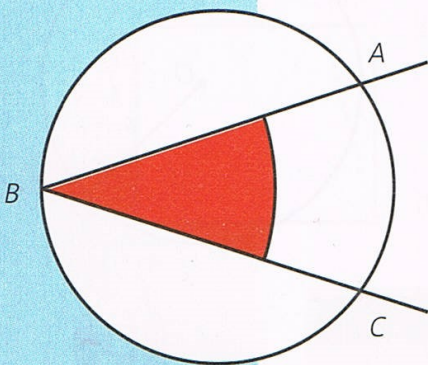
Oblicz miarę kąta środkowego opartego:

a) na półokręgu,

Rozwiązanie

$$\frac{1}{2} \cdot 360^\circ = 180^\circ - \text{półokrąg to } \frac{1}{2} \text{ okręgu}$$

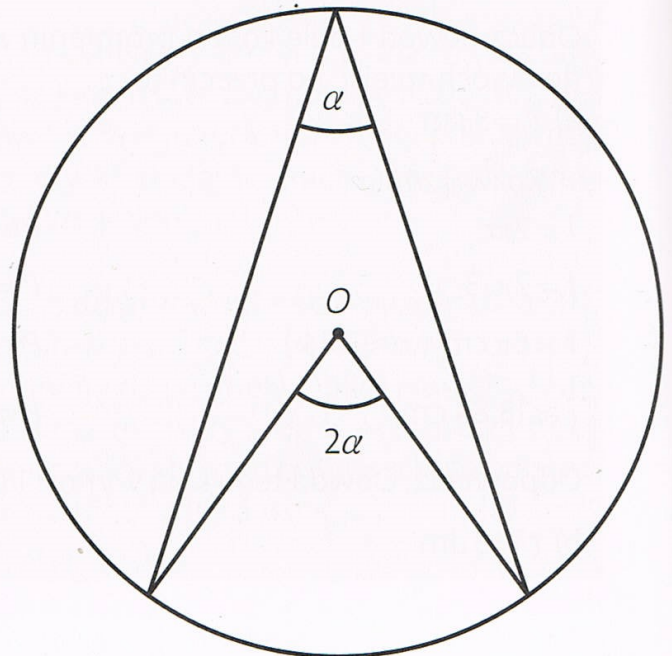
b) na $\frac{1}{12}$ okręgu.



Kąt wypukły, którego wierzchołkiem jest punkt okręgu danego koła, a ramiona zawierają cięciwy, nazywamy **kątem wpisanym w koło**.

Miara kąta środkowego jest dwa razy większa od miary kąta wpisanego opartego na tym samym łuku.

Kąt wpisany oparty na półokręgu jest kątem prostym.



Kąt wypukły ma miarę mniejszą (lub równą) 180° .

Kąt wklęsły ma miarę większą niż 180° , ale mniejszą niż 360° .

Ćwiczenie

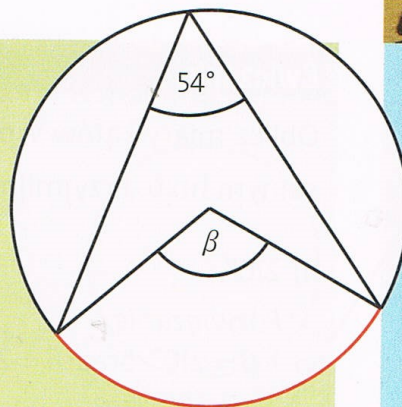
Oblicz miarę kąta środkowego β opartego na tym samym łuku, co kąt wpisany o mierze:

a) 54° ,

Rozwiązanie:

$$\beta = 2 \cdot 54^\circ = 108^\circ$$

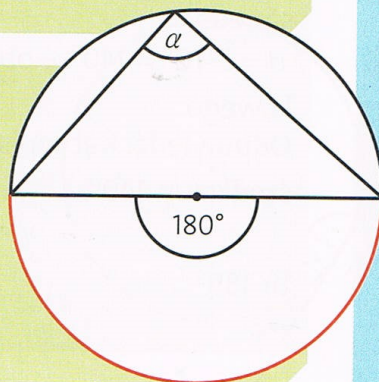
b) 72° .

**Ćwiczenie**

Oblicz miarę kąta wpisanego α opartego na tym samym łuku, co kąt środkowy o mierze 180° .

Rozwiązanie

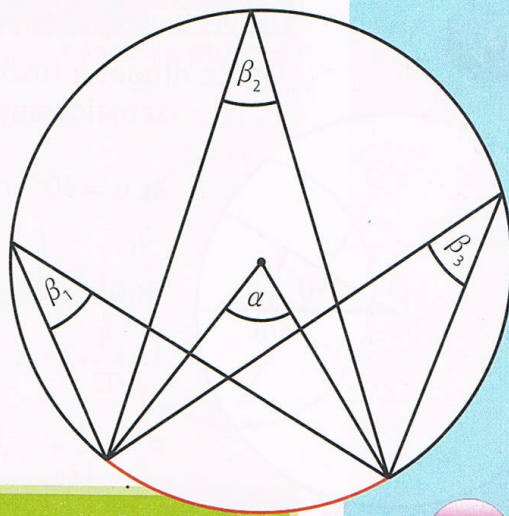
$$\alpha = 180^\circ : 2 = 90^\circ$$



Na danym łuku można oprzeć nieskończenie wiele kątów wpisanych.

Kąty wpisane oparte na tym samym łuku są równej miary.

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3$$

**Ćwiczenie**

Oblicz sumę miar trzech kątów wpisanych opartych na tym samym łuku, co kąt środkowy o mierze:

a) 130° ,

Rozwiązanie

$130^\circ : 2 = 65^\circ$ – obliczamy miarę kąta wpisanego

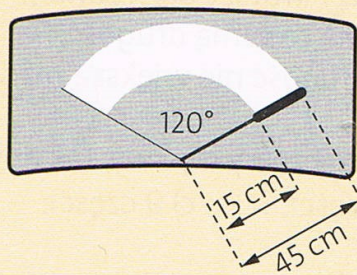
$3 \cdot 65^\circ = 195^\circ$ – obliczamy sumę miar trzech kątów wpisanych

Odpowiedź: Suma miar tych kątów wynosi 195° .

b) 84° .

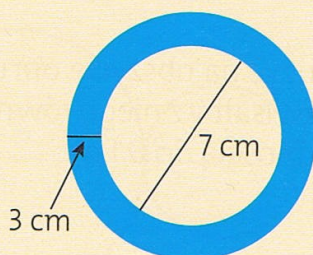
Wierzchołek kąta środkowego znajduje się w środku okręgu. Wierzchołek kąta wpisanego – na okręgu.

9. Kąt zakreślany przez ramię tylnej wycieraczki samochodowej o długości 45 cm ma miarę 120° . Oblicz pole obszaru czyszczonego przez wycieraczkę. Wynik podaj z dokładnością do 1 cm^2 .

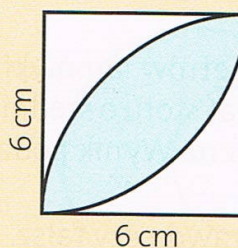


10. Oblicz obwody i pola zamalowanych figur.

a)



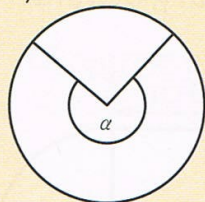
b)



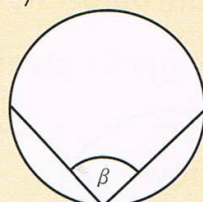
Kwadratura koła to problem matematyczny, który przez wiele lat był przedmiotem dyskusji. Istota tego zagadnienia dotyczyła konstrukcji (za pomocą cyrkla i linijki) koła o polu równym polu danego kwadratu. Ostatecznie w 1882 roku udowodniono, że wyznaczenie kwadratury koła nie jest możliwe.

11. Na których rysunkach zaznaczono kąt środkowy, a na których kąt wpisany?

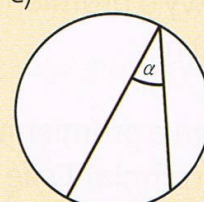
a)



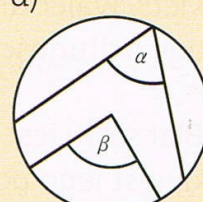
b)



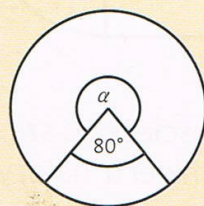
c)



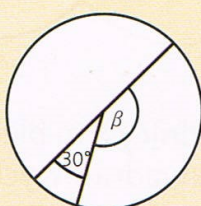
d)



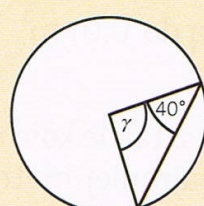
12. Miarę, którego z kątów środkowych podano błędnie?



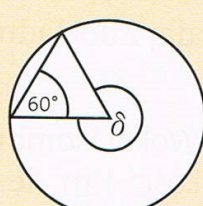
A. $\alpha = 280^\circ$



B. $\beta = 150^\circ$



C. $\gamma = 100^\circ$



D. $\delta = 120^\circ$

13. Oblicz miarę kąta środkowego opartego na $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{7}{12}, \frac{5}{36}$ okręgu.

14. Wskazówki zegara o godzinie 12.30 tworzą kąt środkowy o mierze:

A. 180° ;

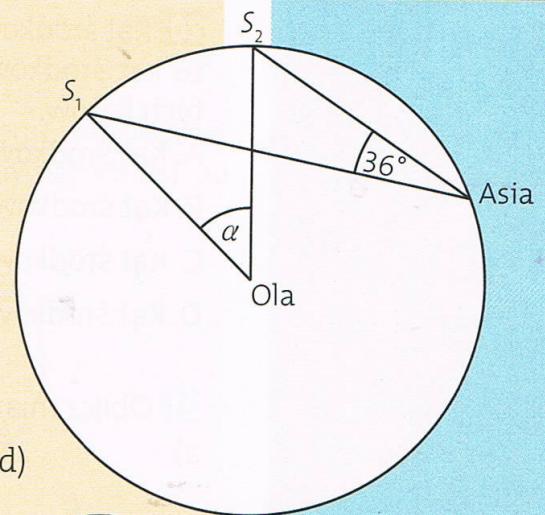
B. 165° ;

C. 205° ;

D. 150° .

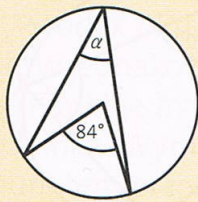
15. Na brzegu okrągłego trawnika rosną dwie wysokie sosny: S_1 i S_2 . Asia, która stoi na brzegu trawnika, widzi je pod kątem 36° . Pod jakim kątem widzi te drzewa Ola, która siedzi na ławce znajdującej się pośrodku trawnika?

- A. 36° B. 18° C. 72° D. 30°

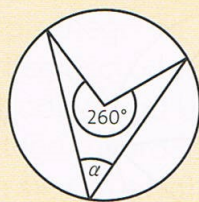


16. Podaj miary kątów α , β , γ , δ zaznaczonych na rysunkach.

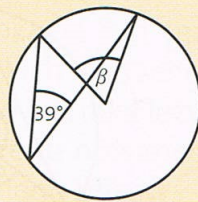
a)



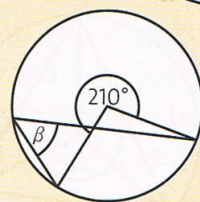
b)



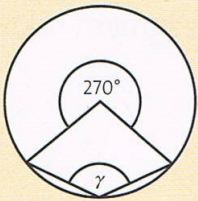
c)



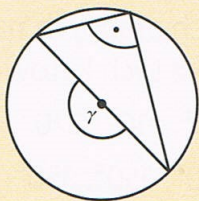
d)



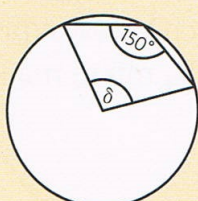
e)



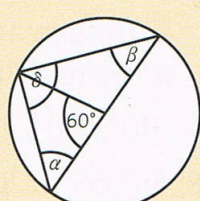
f)



g)



h)



17. Ile wynosi miara kąta środkowego opartego na tym samym łuku, co kąt wpisany o mierze 38° ?

- A. 76° B. 38° C. 19° D. nie da się obliczyć

18. Kąty wpisany i środkowy są oparte na tym samym łuku. Która z wypowiedzi jest fałszywa?

- A. Jeśli kąt wpisany ma 30° , to miara kąta środkowego wynosi 60° .
 B. Jeśli kąt środkowy ma 110° , to miara kąta wpisanego wynosi 220° .
 C. Jeśli kąt wpisany jest o 40° mniejszy od kąta półpełnego, to miara kąta środkowego wynosi 280° .
 D. Jeśli kąt środkowy jest trzy razy większy od kąta prostego, to miara kąta wpisanego wynosi 135° .

19. Oblicz miary kątów wpisanych opartych na: $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{15}{36}$ okręgu.

Miara kąta wpisanego jest dwukrotnie mniejsza od miary kąta środkowego opartego na tym samym łuku.