

PROPORCJONALNOŚĆ

PROSTA

ODWROTNIA



Proporcjonalność PROSTA - mamy związek do cykliczny, gdy wzrasta wraz z wartością jednej wartości, druga wzrosnie tyle samo razy.

Dzieli to też w drugą stronę: gdy pierwsza wartość maleje, druga maleje tyle samo razy.

Przykład.

Aby usmażyć 5 omletów potrzebujemy 10 jajek, ile jajek potrzebujemy aby usmażyć 15 omletów?

$$\begin{array}{l} 5 \text{ omletów} - 10 \text{ jajek} \\ 15 \text{ omletów} - \times \text{jajek} \end{array}$$

Linia omletów i linia jajek to wartości wprost proporcjonalne.
Im więcej mamy usmażyci omletów, tym więcej mamy wykorzystać jajek.

Proporcjonalność prostą - linie na kreski, zapisując równanie:

$$5 \cdot x = 15 \cdot 10$$

$$5 \cdot x = 150 \quad | :5$$

$$x = 30$$

Aby usmażyć 15 omletów, potrzeba 30 jajek.

Z proporcjonalnością odwrotną mamy do wykorzystania, gdy
wartość ze wzrostem jednej wartości, drugie MALEJE tyle
sama masy. Działając to mówimy o drugie zmienne: gdy pierwsza
wartość MALEJE, drugie WZROSTY tyle samo masy.

Przykład:

Aby wykonać pewne pracę w ciągu 10 godzin, potrzeba 2 pracowników. Ile pracowników potrzeba aby wykonać te same
prace w ciągu 4 godzin?

Liczba pracowników i liczba godzin to wielkości odwrotne
proporcjonalne. Im więcej pracowników wykonyje pracę tym
mniej liczb godzin zajmie im jej wykonanie.

Zapiszmy proporcję:

$$\begin{array}{l} \uparrow 10 \text{ godzin} - 2 \text{ pracowników} \\ 4 \text{ godziny} - x \text{ pracowników.} \end{array} \quad \downarrow$$

Do ustawienia myślimy stąd
by zwiększyć w którejś z stron
rosnąć jedną wartość. Jeżeli
rosnąć w pierwotne strony to znowu
że wielkości są odwrotne proporcjonalnie.

Zapiszmy równanie, które pozwoli nam oblicić niezbędną
wartość. W ODRÓTNIEJ PROPORCJONALNOŚCI powinny
do siebie stać w wersji, czyli:

$$10 : 2 = 4 : x \quad | : 4$$

$$x = \frac{20}{4}$$

$$x = 5$$

Aby wykonać daną pracę w ciągu 4 godzin, potrzeba
5 pracowników.

Def. str. 194

Funkcje postaci $y = \frac{a}{x}$, gdzie $x > 0$ oraz a jest stały dodatni, nazywamy proporcjonalnością odwrotną. Wartości x i y nazywamy odwrotne proporcjalnymi a stały a - wspólnikiem proporcjonalności.

Jeśli wartości x i y są odwrotne proporcjalne to ich iloraz jest stały. Wówczas proporcjonalność odwrotną możemy zapisać w postaci $x \cdot y = a$.

Wróćmy do przykładu o pracy i pensjiach.

→ Jakie miedzy nimi jest proporcja?

→ Co byliby x i y ?

→ Ile będzie wynosić wspólnik a ?

Zgodnie z def. x i y to wartości odwrotne proporcjalne.

W naszym przykładzie wartości odwrotne proporcjalnymi były liczby pensjiów i liczby godzin.

x - liczba pensjiów

y - liczba godzin

Predstawiły się nam następujące tabelki

x (pensje)	2	5	
y (godziny)	10	4	.

Oznaczmy tenże wspólnik a - zgodnie z definicją: $a = x \cdot y$, więc mamy:

$$a = 5 \cdot 4 = 20$$

$$a = 2 \cdot 10 = 20$$

$$y \Rightarrow \underline{\underline{a = 20}}$$

Zapisuję wzór funkcji miedzy wartościami proporcji:

$$y = \frac{a}{x} \quad (\text{z def.})$$

Uwaga:

$$y = \frac{20}{x}$$

← do wzoru wstawiamy tylko współczynnik 2,
ponieważ jest on równy stałej dla danyj
proporcji.

Mając dany wzór łatwo jest wykonać kolejne wartości.

Zad. 1. Uzupełnij tabelkę i narysuj wykres funkcji.

x (procenty)	2	5	8	1
y (godziny)	10	4	$2\frac{1}{2}$	20

Tego nie przepisuj!
W tabelce nie powinno
nie być wpisanej
1 i $2\frac{1}{2}$ - uzupełniono
dopiero po obliczeniach!

Znany wzór proporcji: $y = \frac{20}{x}$

$$\bullet x = 8$$

$$y = \frac{20}{8} = 2\frac{4}{8} = 2\frac{1}{2}$$

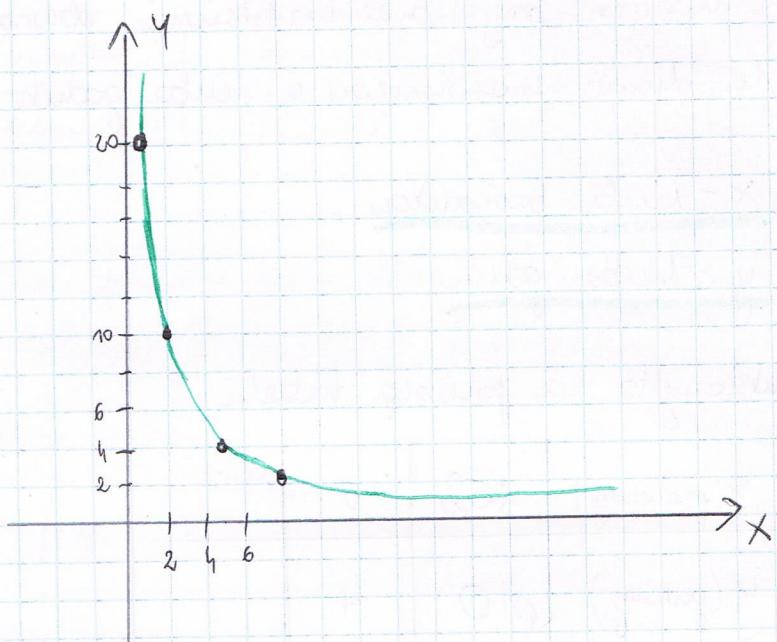
$$\bullet y = 20$$

$$20 = \frac{20}{x} \quad | \cdot x$$

$$20x = 20 \quad | :20$$

$$x = 1$$

WYKRES:



- 1) Znajdź punkty z tabelki
- 2) Połącz punkty z użyciem katem.